

**ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI**  
**TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN**

-----

**Nguyễn Thị Nga**

**ỔN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA TÁM CÓ CƠ TÍNH BIẾN THIÊN,  
KHÔNG HOÀN HẢO**

**BẢN TÓM TẮT LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC**

**Hà Nội – 2011**

**ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI**  
**TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN**

-----

**Nguyễn Thị Nga**

**ỒN ĐỊNH PHI TUYẾN CỦA TẮM CÓ CƠ TÍNH BIẾN THIÊN,  
KHÔNG HOÀN HẢO**

Chuyên ngành: Cơ học vật thể rắn

Mã số: 60 44 21

**BẢN TÓM TẮT LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC**

**NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC:**

**PGS. TS. ĐÀO VĂN DŨNG**

**Hà Nội – 2011**

# Lời cảm ơn

*Những lời đầu tiên, em xin được gửi lời cảm ơn chân thành nhất tới thầy Đào Văn Dũng. Thầy đã hết sức quan tâm và động viên em trong suốt quá trình học tập từ khi em còn là sinh viên cũng như sau đại học, tận tình hướng dẫn chỉ bảo cho em trong suốt quá trình thực hiện luận văn này.*

*Em cũng xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến các thầy cô trong Bộ môn Cơ học và Khoa Toán Cơ Tin học đã trực tiếp giảng dạy các chuyên đề sau đại học, trang bị các kiến thức nền tảng cũng như tạo điều kiện thuận lợi giúp em hoàn thành luận văn.*

*Cuối cùng, em xin gửi lời cảm ơn tới gia đình và bạn bè, những người đã luôn yêu thương, chăm lo và động viên em vượt qua những khó khăn, để em có thể tập trung học tập và phấn đấu chuyên môn.*

*Em xin chân thành cảm ơn!*

*Hà Nội tháng 12 năm 2011*

*Nguyễn Thị Nga*

# Mở đầu

Vật liệu có cơ tính biến thiên (FGM) là loại vật liệu mới đang được các nhà khoa học quan tâm đặc biệt hiện nay và được sử dụng nhiều trong kỹ thuật, nhất là trong các môi trường nhiệt độ cao như lò phản ứng hạt nhân và công nghiệp vũ trụ [20]. Do vậy, nghiên cứu về ổn định như ứng xử vòng và sau vòng của kết cấu FGM là một trong những mối quan tâm chính vì sự an toàn trong sử dụng và tối ưu trong thiết kế. Javaheri và Eslami [17 ÷ 19], Shariat và Eslami [34] đã nghiên cứu ổn định của các tấm chữ nhật FGM chịu tải cơ và tải nhiệt dựa trên lý thuyết tấm cổ điển [17, 19] và lý thuyết biến dạng trượt bậc cao [18, 34]. Họ đã sử dụng phương pháp năng lượng và tìm được lời giải giải tích về tải tới hạn. Ảnh hưởng của sự không hoàn hảo hình học ban đầu đến tải tới hạn đã được Shariat và nhóm nghiên cứu (NNC) [30, 33] nghiên cứu. Nhóm tác giả Najafizadeh và Eslami đã nghiên cứu sự ổn định nhiệt đàn hồi của tấm tròn có cơ tính biến thiên [27, 32]. Ma và Wang đã sử dụng lý thuyết biến dạng trượt bậc ba và lý thuyết tấm cổ điển để giải gần đúng bài toán uốn đối xứng trục và vòng của tấm có cơ tính biến thiên [25]. Tác giả Lanhe [21] dùng lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất để dẫn ra được liên hệ giải tích của gia số nhiệt tới hạn của tấm hơi dày, chữ nhật có cơ tính biến thiên, tựa bản lề. Phân tích tới hạn nhiệt ba chiều với cơ tính biến thiên bằng phương pháp phần tử hữu hạn đã được Na và Kim đề cập đến [26]. Yang và Shen [16] đã đưa ra phân tích phi tuyến của tấm FGM chịu tải vuông góc và tải nằm trong mặt trung bình. Một số kết quả về ứng xử sau tới hạn của tấm có cơ tính biến thiên với các phương pháp khác nhau cũng đã được nghiên cứu bởi Shen [35, 36] bằng phương pháp nhiễu; Zhao và Liew [39] bằng phương pháp phần tử tự do kp-Ritz; Liew và NNC của ông [23, 24] bằng phương pháp cầu phương vi phân. Reddy và Chin

đã xét bài toán phân tích cơ nhiệt của trụ và tấm FGM [29]. Lý thuyết phi tuyến hình học của tấm composite lớp đẳng hướng ngang và sử dụng lý thuyết này vào việc phân tích sau tới hạn cũng đã được Librescu và Stein nghiên cứu [22].

Trong những năm gần đây, ở nước ta đã có một số kết quả nghiên cứu quan trọng về lĩnh vực này. Các tác giả Đào Huy Bích và Lê Khả Hòa [6] nghiên cứu dao động phi tuyến của vỏ cầu thoải có cơ tính biến thiên. Đáp ứng đối xứng trục phi tuyến của vỏ cầu thoải có cơ tính biến thiên chịu áp lực ngoài có tính đến nhiệt độ được nghiên cứu bởi các tác giả Đào Huy Bích và Hoàng Văn Tùng [5]. Phân tích động lực phi tuyến của vỏ thoải không hoàn hảo có cơ tính biến thiên được các tác giả Đào Huy Bích, Vũ Đỗ Long [2] và Đào Văn Dũng, Vũ Hoài Nam [9] nghiên cứu. Các tác giả Đào Văn Dũng, Lê Khả Hòa [10] đã nghiên cứu phân tích phi tuyến sự võng và sau võng của panel trụ có cơ tính biến thiên bị nén dọc trục với hệ số Poisson thay đổi theo bề dày.

Tuy nhiên, các kết quả tiếp cận giải tích về ổn định phi tuyến của tấm có cơ tính biến thiên chịu tải cơ nhiệt đồng thời vẫn còn ít và do vậy những nghiên cứu về vấn đề này cần được quan tâm. Gần đây, kết quả về phân tích phi tuyến về sự ổn định của tấm FGM chịu tải cơ và nhiệt đã được các tác giả Hoàng Văn Tùng và Nguyễn Đình Đức xem xét [38]. Họ đã trình bày cách tiếp cận giải tích để nghiên cứu ổn định của tấm FGM và thu được biểu thức hiển của tải võng và đường cong tải - độ võng sau võng. Tuy nhiên các tác giả đó chỉ xét với hệ số Poisson  $\nu$  không đổi. Với hệ số Poisson  $\nu$  thay đổi theo bề dày  $z$ , cũng đã có những nghiên cứu của [4, 8, 28, 37], [11 ÷ 15], chẳng hạn Fung và Chen [11] đã nghiên cứu ảnh hưởng của tính không hoàn hảo đến sự dao động phi tuyến của tấm FGM, Navazi và NNC đã đưa ra lời giải giải tích cho sự uốn phi tuyến của tấm FGM [28], Chen và Tan đã trình bày về phân tích độ nhạy của sự không hoàn hảo đến sự dao động phi tuyến của tấm FGM có ứng suất ban đầu [4]. Darabi và NNC phân tích ổn định động phi tuyến của vỏ trụ FGM chịu tải dọc trục

tuần hoàn [8]. Sofiyev và NNC đã xem xét sự ổn định của nón cụt composite ba lớp FGM chịu áp lực phân bố không đều [37]. Đặc biệt các tác giả Huang và Han đã nghiên cứu sự vòng và sau khi vòng của vỏ trụ FGM chịu tải trọng tĩnh và động [12 ÷ 15] với hệ số  $\nu = \nu(z)$  theo quy luật lũy thừa của  $z$ , nhưng các hệ số độ cứng  $A_j$  được xác định dưới dạng tích phân, chưa được giải tích hóa. Vì vậy, luận văn này sẽ nghiên cứu giải tích gần đúng về ứng xử vòng phi tuyến của tấm chữ nhật, không hoàn hảo có cơ tính biến thiên, kể cả hệ số Poisson  $\nu$  cũng thay đổi theo quy luật lũy thừa của  $z$ , chịu tải nén cơ ở mặt giữa của tấm hoặc chịu tải nhiệt hoặc chịu tải cơ - nhiệt đồng thời. Giả thiết độ chênh lệch nhiệt  $\Delta T$  không đổi. Sử dụng lý thuyết tấm cổ điển trong đó tính phi tuyến hình học theo nghĩa von Karman và phương pháp Bubnov - Galerkin, để xây dựng hệ thức cho phép tìm lực tới hạn đối với ba trường hợp tải tương ứng ở trên. Dẫn ra phương trình liên hệ tải - độ võng sau tới hạn. Tính toán các hệ số độ cứng  $A_j$  dưới dạng giải tích hiển. Khảo sát ảnh hưởng của điều kiện biên, tỷ phần thể tích, độ không hoàn hảo và nhiệt độ đến các đặc trưng ổn định của tấm.

# Chương 1

## Ổn định phi tuyến của tấm FGM

### 1.1 Đặc trưng cơ học của vật liệu FGM

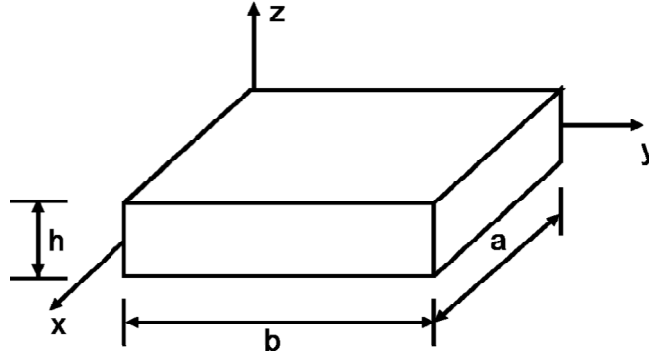
Vật liệu có cơ tính biến thiên là một loại vật liệu composite không thuần nhất được tạo ra từ hỗn hợp kim loại (metal) và gốm (ceramic) với các tính chất cơ học biến thiên trơn và liên tục từ mặt này đến mặt kia của lớp vật liệu. Bằng sự thay đổi liên tục về tỷ lệ thể tích của các thành phần gốm và kim loại người ta có thể thu được loại vật liệu FGM có các đặc trưng vật liệu biến đổi dần theo bề dày. Do sự liên tục về đặc trưng vật liệu mà FGM đã tránh được hiện tượng tập trung ứng suất, sự bong tách giữa các lớp như loại vật liệu composite lớp truyền thống. Vật liệu có cơ tính biến thiên thường được sử dụng ở kết cấu phẳng nhẹ và chịu nhiệt độ cao.

### 1.2 Tiêu chuẩn ổn định tĩnh

Xét trạng thái cân bằng vô cùng gần trạng thái cân bằng xuất phát (hay trạng thái cân bằng cơ bản). Với một giá trị nào đấy của lực ngoài có thể tồn tại dạng cân bằng mới đồng thời với dạng cân bằng cơ bản. Nói một cách khác, với cùng giá trị của tải có thể tồn tại nhiều dạng cân bằng khác nhau, có thể xem các dạng này là dạng chuyển tiếp từ dạng cân bằng ổn định sang dạng mất ổn định. Giá trị lực ngoài nhỏ nhất để tồn tại các dạng cân bằng khác nhau gọi là tải tới hạn [1].

### 1.3 Các hệ thức cơ bản và hệ phương trình ổn định

Xét tấm chữ nhật có cơ tính biến thiên với các cạnh dài  $a$ , rộng  $b$  và độ dày  $h$ . Chọn hệ tọa độ Đề các vuông góc  $Oxyz$  sao cho  $(x, y)$  thuộc mặt giữa của tấm và  $Oz$  theo hướng bề dày  $\left(-\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2}\right)$  (Hình 1.2).



Hình 1.2.

Giả thiết rằng các tính chất vật liệu của tấm thay đổi theo quy luật lũy thừa như sau [12, 14]

$$E = E(z) = E_m + (E_c - E_m) \left( \frac{2z + h}{2h} \right)^k \equiv E_m + E_{cm} r^k, \quad (1a)$$

$$\nu = \nu(z) = \nu_m + (\nu_c - \nu_m) \left( \frac{2z + h}{2h} \right)^{k_1} \equiv \nu_m + \nu_{cm} r^{k_1}, \quad (1b)$$

$$\alpha = \alpha(z) = \alpha_m + (\alpha_c - \alpha_m) \left( \frac{2z + h}{2h} \right)^k \equiv \alpha_m + \alpha_{cm} r^k, \quad (1c)$$

trong đó

$$E_{cm} = E_c - E_m, \quad r = \frac{2z + h}{2h}, \quad \nu_{cm} = \nu_c - \nu_m, \quad \alpha_{cm} = \alpha_c - \alpha_m, \quad k \geq 0, \quad k_1 \geq 0. \quad (2)$$



## 1.4 Phương pháp giải

**Trường hợp (1).** Tất cả các cạnh của tấm tựa bản lề và có thể di chuyển tự do (FM) trong mặt phẳng của tấm.

**Trường hợp (2).** Tất cả các cạnh của tấm tựa bản lề nhưng không dịch chuyển được (IM) trong mặt phẳng của tấm.

**Trường hợp (3).** Tất cả các cạnh của tấm tựa bản lề. Tải tác động theo trục  $x$ . Hai cạnh  $x=0, x=a$ , có thể di chuyển được trong mặt phẳng của tấm, còn hai cạnh  $y=0, y=b$ , thì không di chuyển được.

### 1.4.1 Phân tích ổn định của tấm chịu tải cơ

$$P_x = \frac{\pi^2 (-\bar{C}_4 + \bar{C}_1 \bar{C}_3) (m^2 B_a^2 + n^2)^2}{B_h^2 (m^2 B_a^2 + \beta n^2)} \frac{\bar{W}}{(\bar{W} + \xi)} + \frac{16}{3} \frac{\bar{C}_2 \bar{C}_3 B_a^2 mn}{B_h^2 (m^2 B_a^2 + \beta n^2)} \frac{\bar{W} (\bar{W} + 2\xi)}{(\bar{W} + \xi)} + \frac{32}{3} \frac{\bar{C}_1 B_a^2 mn}{B_h^2 (m^2 B_a^2 + \beta n^2)} \bar{W} + \frac{\pi^2 \bar{C}_2 (m^4 B_a^4 + n^4)}{16 B_h^2 (m^2 B_a^2 + \beta n^2)} \bar{W} (\bar{W} + 2\xi) \quad (24)$$

Phương trình (24) có thể dùng để vẽ đường cong tải - độ võng sau vòng của tấm có cơ tính biến thiên chịu nén bởi tải cơ phẳng.

### 1.4.2 Phân tích ổn định của tấm chịu tải nhiệt

$$\Delta T = \left[ \frac{4 \bar{A}_{11}}{\bar{A}_{10}} \cdot \frac{\bar{A}_{10} (m^4 B_a^4 + n^4) + 2 \bar{A}_{20} m^2 n^2 B_a^2}{mn B_h^2 (m^2 B_a^2 + n^2)} + \frac{32}{3} \frac{\bar{C}_1 mn B_a^2}{B_h^2 (m^2 B_a^2 + n^2)} \right] \frac{1}{\bar{P}} \bar{W}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\pi^2}{16} \left[ \frac{(2\bar{A}_{10} + \bar{C}_2)(m^4 B_a^4 + n^4)}{B_h^2(m^2 B_a^2 + n^2)} + \frac{4\bar{A}_{20}m^2 n^2 B_a^2}{B_h^2(m^2 B_a^2 + n^2)} \right] \frac{1}{\tilde{P}} \bar{W}(\bar{W} + 2\xi) \\
& + \frac{16}{3} \frac{\bar{C}_2 \bar{C}_3 m n B_a^2}{B_h^2(m^2 B_a^2 + n^2)} \frac{1}{\tilde{P}} \frac{\bar{W}(\bar{W} + 2\xi)}{(\bar{W} + \xi)} + (\bar{C}_1 \bar{C}_3 - \bar{C}_4) \frac{\pi^2 (m^2 B_a^2 + n^2)}{\tilde{P} B_h^2} \frac{\bar{W}}{(\bar{W} + \xi)}
\end{aligned} \tag{34}$$

#### 1.4.3 Phân tích ổn định của tấm chịu đồng thời tải cơ nhiệt

$$\begin{aligned}
P_x = & \frac{16}{3} \frac{\bar{C}_2 \bar{C}_3 \bar{A}_{10} m n B_a^2}{B_h^2(\bar{A}_{10} m^2 B_a^2 + \bar{A}_{20} n^2)} \frac{\bar{W}(\bar{W} + 2\xi)}{(\bar{W} + \xi)} + (\bar{C}_1 \bar{C}_3 - \bar{C}_4) \frac{\pi^2 \bar{A}_{10} (m^2 B_a^2 + n^2)^2}{B_h^2(\bar{A}_{10} m^2 B_a^2 + \bar{A}_{20} n^2)} \frac{\bar{W}}{(\bar{W} + \xi)} \\
& + \left[ \frac{4n^3 \bar{A}_{11} (\bar{A}_{10}^2 - \bar{A}_{20}^2)}{m \bar{A}_{10} B_h^2 (\bar{A}_{10} m^2 B_a^2 + \bar{A}_{20} n^2)} + \frac{32}{3} \frac{\bar{C}_1 \bar{A}_{10} m n B_a^2}{B_h^2 (\bar{A}_{10} m^2 B_a^2 + \bar{A}_{20} n^2)} \right] \bar{W} \\
& + \frac{\pi^2}{16} \left[ \frac{\bar{C}_2 \bar{A}_{10} m^4 B_a^4}{B_h^2 (\bar{A}_{10} m^2 B_a^2 + \bar{A}_{20} n^2)} + \frac{[\bar{C}_2 \bar{A}_{10} + 2(\bar{A}_{10}^2 - \bar{A}_{20}^2)] n^4}{B_h^2 (\bar{A}_{10} m^2 B_a^2 + \bar{A}_{20} n^2)} \right] \bar{W}(\bar{W} + 2\xi) \\
& - \frac{(\bar{A}_{10} - \bar{A}_{20}) n^2}{\bar{A}_{10} m^2 B_a^2 + \bar{A}_{20} n^2} \tilde{P} \Delta T
\end{aligned} \tag{38}$$

## **Chương 2**

### **Khảo sát bằng số**

Trong phần này, chúng ta sử dụng các hệ thức đã xây dựng để nghiên cứu ảnh hưởng của các tham số như chỉ số mũ vật liệu  $k = k_1$ , độ không hoàn hảo ban đầu  $\xi$  và các điều kiện biên lên ứng xử vòng và sau vòng của tấm có cơ tính biến thiên (FGP).

#### **2.1 So sánh với kết quả của Shen**

Để kiểm tra độ chính xác của phương pháp đã đề xuất, các kết quả số thu được cho tấm vuông đẳng hướng hoàn hảo và không hoàn hảo chịu nén dọc trục được so sánh với các kết quả của Shen trong [35] và [36]. Ta thấy rằng các kết quả nhận được (trong hình 2.1.1 và hình 2.1.2) là phù hợp với các kết quả của Shen.

#### **2.2 Khảo sát ảnh hưởng của tỷ phần thể tích $k$ và $k$**

Để minh họa ảnh hưởng của tỷ phần thể tích  $k = k_1$  lên sự ổn định của tấm có cơ tính biến thiên, các tính toán số được trình bày cho tấm có cơ tính biến thiên với tỷ số cạnh-chiều dày  $b/h = 40$  và tỷ số cạnh  $b/a = 1$ ,  $\xi=0$  và  $\xi=0.1$ . Như đã chỉ ra trên hình 2.2.1 và hình 2.2.2, các đường cong tải - độ võng sau vòng của tấm không hoàn hảo thấp hơn các đường cong tải - độ võng của tấm hoàn hảo khi các giá trị  $k = k_1$  tăng lên.

## 2.3 Khảo sát ảnh hưởng của điều kiện biên

Về ảnh hưởng của các điều kiện biên, ta đã xem xét hai loại điều kiện trong mặt phẳng cho tấm có cơ tính biến thiên chịu nén theo một trục. Các kết quả thu được được cho trên hình 2.3.1 và hình 2.3.2 chỉ ra rằng các đường cong sau vòng với điều kiện tự do dịch chuyển (FM) ở trên các đường cong sau vòng với điều kiện không thể dịch chuyển (IM) tức là, sự thay đổi của các điều kiện biên đã ảnh hưởng đến tải tới hạn và ứng xử vòng của tấm cả trong trường hợp hoàn hảo và không hoàn hảo.

## 2.4 Khảo sát ảnh hưởng của độ không hoàn hảo

Hình 2.4.1 và hình 2.4.2 chỉ ra ảnh hưởng của sự không hoàn hảo ban đầu lên ổn định phi tuyến của tấm. Bốn giá trị của  $\xi$  đã được sử dụng: 0, 0.1, 0.2, và 0.3. Có thể thấy khi độ võng vượt quá một giá trị đặc biệt, thì đường cong tải - độ võng sau vòng trở nên cao hơn khi  $\xi$  tăng. Như vậy tải vòng và sau vòng rất là nhạy với sự thay đổi của sự không hoàn hảo ban đầu  $\xi$ .

## 2.5 Khảo sát ảnh hưởng của nhiệt độ

Trong hình 2.5, khi  $\Delta T$  tăng lên thì các đường cong tải - độ võng sau vòng thấp đi tức là khả năng mang tải của kết cấu giảm. Vì vậy, khi xét đến ổn định của kết cấu cần phải chú ý nhiều đến yếu tố nhiệt độ.

# Kết luận

Luận văn đã đạt được các kết quả chủ yếu sau:

- Sử dụng lý thuyết tấm cổ điển với tính phi tuyến hình học theo giả thiết von Karman đã thiết lập hệ phương trình ổn định phi tuyến cho tấm chữ nhật không hoàn hảo có cơ tính biến thiên (có kể đến  $\nu = \nu(z)$ ). Đặc biệt, các hệ số độ cứng  $A_j$  được giải tích hóa dưới dạng hiển.
- Đã đưa ra các nghiệm giải tích gần đúng và áp dụng phương pháp Galerkin đã nhận được mối liên hệ để tìm tải vòng tới hạn và đường cong tải - độ võng sau vòng.
- Đã nghiên cứu ảnh hưởng của các chỉ số mũ  $k$  và  $k_1$ , của các điều kiện biên, của sự không hoàn hảo ban đầu lên ứng xử vòng và sau vòng của tấm.
- Các kết quả đạt được đã được so sánh với các kết quả của các tác giả khác [19, 35, 36, 38]. Từ các so sánh này cho thấy kết quả của phương pháp đề xuất phù hợp so với các kết quả đã có trước, do đó khẳng định được độ tin cậy và độ chính xác của phương pháp đã sử dụng.
- Trong trường hợp  $\nu = \text{const}$ , các kết quả của luận văn trùng với các kết quả được cho trong [38].

# Tài liệu tham khảo

## Tiếng Việt

1. Đào Huy Bích (2000). *Lý thuyết đàn hồi*. Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội, tr. 377, 378.

## Tiếng Anh

2. Bich DH, Long VD (2010). “Nonlinear dynamical analysis of imperfect FGM shallow shells”. *Vietnam Journal of Mech*, 32, pp. 1-14.
3. Brush DO, Almroth BO (1975). *Buckling of bars, plates and shells*. New York: McGraw-Hill.
4. Chen CS, Tan AH (2007). “Imperfection sensitivity in the nonlinear vibration of initially stresses functionally graded plates”. *Compos. Struct.*, 78, pp. 529-36.
5. Dao Huy Bich, Hoang Van Tung (2011). “Nonlinear axis - symmetric response of functionally graded shallow spherical shells under uniform external pressure including temperature effects”. *Inter Journal of Non-Linear Mechanics* 46, pp. 1195-1204.
6. Dao Huy Bich, Le Kha Hoa (2010). “Nonlinear vibration of functionally graded shallow spherical shells”. *Vietnam Journal of Mec VAST*. Vol. 32, No. 4, pp. 199 - 219.
7. Dao Van Dung, Nguyen Thi Nga (2010). “Nonlinear stability analysis of imperfect functionally graded plates, with the Poisson’s ratio also varying through the thickness, subjected to mechanical and thermal loads”. *Proceedings of the tenth National Conference on Deformable Solid Mechanics, Thai Nguyen*, pp. 130 – 141.

8. Darabi M, Darvizeh M, Darvizeh A (2008). "Nonlinear analysis of dynamic stability for functionally graded cylindrical shells under periodic axial loading". *Compos. Struct*, 83, pp. 201-211.
9. Dung DV, Nam VH (2010). "Nonlinear dynamic analysis of imperfect FGM shallow shells with simply supported and clamped boundary conditions", *Proceeding of the tenth National Conference on Deformable Solid Mechanics, Thai Nguyen*, 12-13/2010, pp. 130 – 141.
10. Dung DV, Hoa LK. "Nonlinear analysis of buckling and postbuckling for axially compressed functionally graded cylindrical panels with the Poisson's ratio varying smoothly along the thickness". *Vietnam Journal of Mechanics*, 2011 (to appear).
11. Fung CP, Chen CS (2005). "Imperfection sensitivity in the nonlinear vibration of functionally graded plates". *European J. Mech. A/Solids*, 25, pp. 425-36.
12. Huang H, Han Q (2008). "Buckling of imperfect functionally graded cylindrical shells under axial compression". *European. J. Mech. A/Solids*, 27, pp. 1026-36.
13. Huang H, Han Q (2010). "Nonlinear buckling of torsion-loaded functionally graded cylindrical shells in thermal environment". *European J. Mech. A/Solids*, 29, pp. 42-48.
14. Huang H, Han Q (2010). "Nonlinear dynamic buckling of functionally graded cylindrical shells subjected to time-dependent axial load". *Compos. Struct.*, 92, pp. 593-98.
15. Huang H, Han Q (2010). "Research on nonlinear postbuckling of functionally graded cylindrical shells under radial loads". *Compos. Struct.*, 92, pp. 1352-57.
16. Jang J, Shen HS (2003). "Non-linear analysis of FGM plates under transverse and in-plane loads". *Int. J. Nonlinear Mech*, 38, pp. 487-497.
17. Javaheri R, Eslami MR (2002). "Buckling of functionally graded plates under in-plane compressive loading". *ZAMM* 2002, 82 (4), pp. 277-83.

18. Javaheri R, Eslami MR (2002). "Thermal buckling of functionally graded plates based on higher order theory". *J. Therm. Stress*, 25 (1), pp. 603-25.
19. Javaheri R, Eslami MR (2002). "Thermal buckling of functionally graded plates". *AIAA. J.*, 40 (1), pp. 162-9.
20. Koizumi. M (1993). *The concept of FGM*, Ceram. Trans. Funct. Grad. Mater, 34, pp. 3-10.
21. Lanhe W (2004). "Thermal buckling of a simply supported moderately thick rectangular FGM plate". *Compos. Struct.*, 64 (2), pp. 211-8.
22. Librescu L, Stein M (1991). "A geometrically nonlinear theory of transversely isotropic laminated composite plates and its use in the post-buckling analysis". *Thin-Wall Struct.*, 11, pp. 177-201.
23. Liew KM, Yang J, Kitipornchai S (2003). "Postbuckling of piezoelectric FGM plates subjected to thermo-electro-mechanical loading". *Int. J. Solids Struct.*, 40, pp. 3869-92.
24. Liew KM, Yang J, Kitipornchai S (2004). "Thermal post-buckling of laminated plates comprising functionally graded materials". *J. Appl. Mech.* ASME 2004, 71, pp. 839-50.
25. Ma LS, Wang TJ (2004). "Relationships between axisymmetric bending and buckling solutions of FGM circular plates based on third order plate theory and classical plate theory". *Int. J. Solid. Struct.*, 41, pp. 85-101.
26. Na HS, Kim JH (2006). "Three-dimensional thermo- mechanical buckling analysis for functionally graded composite plates". *Compos. Struct.*, 73, pp. 413-22.
27. Najafizadeh MM, Eslami MR (2002). "Buckling analysis of circular plates of functionally graded materials based on first order theory". *AIAA. J.* , 40 (7), pp. 1444-50.